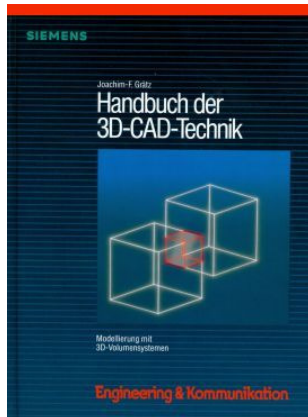


Leseprobe



... eine echte Spurkurve ermittelt wurde, d. h., daß sich die Körper durchdringen oder zumindest berühren. Der Fall, daß die Körper denselben Raum einnehmen, also ineinanderliegen, kann über Maximalwertbetrachtungen sehr schnell entdeckt werden.

4.1.2 Systemphilosophie der Volumenelementverknüpfung

Grundlage aller Modellalgorithmen in Boundary-Systemen ist das Zusammenwirken von Geometrie und Topologie. Die beiden Begriffe wurden bereits weiter oben im Zusammenhang mit den Datenstrukturen vorgestellt. Die Topologie schränkt also ein geometrisches Element in seinem Definitionsbereich ein, während seine geometrische Gestalt innerhalb dieser Grenzen durch die analytisch-geometrischen Informationen (Koeffizienten, Vektoren, Koordinaten) festgelegt wird.

Diese Dualität findet sich auch in den geometrischen Basisalgorithmen wieder. Das programmtechnische Vorgehen basiert dabei auf einem zweistufigen Algorithmus, der Bestimmung der

- Geometrie und der
- Topologie

aller neu entstehenden oder zu modifizierenden Elemente. Wie bereits betont, lassen sich somit im wesentlichen zwei Aufgabenbereiche definieren:

- Mengentheoretische Operationen mit Geometrieelementen und
- Prüfalgorithmen für die Klassifizierung von Elementen hinsichtlich Definitionsbereichen („set membership classification“).

Diese Zweistufigkeit der Basisalgorithmen ist eng miteinander verknüpft. Die Grundlagen der analytischen Geometrie liefern die Lösungen von geometrischen Problemen, die wegen ihrer stark mathematisch orientierten Ausrichtung eine Endlichkeit der geometrischen Elemente nicht wiedergeben können. Daher ist nach jeder Mengenoperation die Zulässigkeit der Ergebnisse zu verifizieren bzw. einzuschränken (Topologieprüfung).

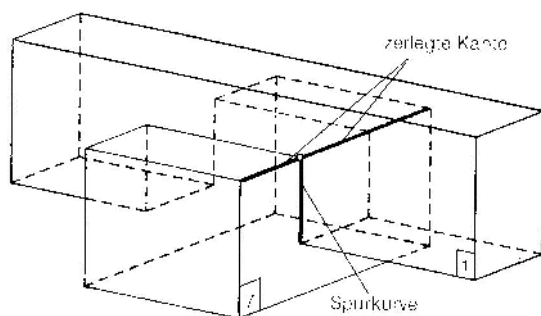
4.1.2.1 Globale Systemstrategie

Im wesentlichen gliedert sich der globale Ablauf des Volumenelementverknüpfungsalgorithmus in drei Teilabschnitte:

- Ermitteln der neu entstehenden Kanten, der „Spuren“,
- Ermitteln der Restkanten beider an der Verknüpfung beteiligter Körper und
- Aufbereiten des Datenhaushalts, um das endgültig neu entstandene Modell rechnerintern zu speichern.

Diese Dreiteilung kann nun programmtechnisch relativ unterschiedlich gelöst sein. Folgende beiden Möglichkeiten sollen hier kurz gegenübergestellt werden:

Die erste Vorgehensweise basiert auf der unmittelbaren Modifikation der Originalmodell-datenstruktur. Das heißt, sobald ein Element oder mehrere neue Elemente geometrisch wie auch topologisch ermittelt wurden, werden diese direkt in die Originaldatenstruktur übernommen; das Modell (der Basiskörper) wird also schrittweise modifiziert und fortgeschrieben. Vorteil einer derartigen Vorgehensweise ist die relativ einfache Anwendung von Euler-Operatoren auf der untersten Geometrieebene. Auf diese Weise wird sichergestellt, daß die neu entstehenden Modellzustände (auch Zwischenzustände) topologisch konsistent sind. Als Nachteil ist jedoch anzuführen, daß Anzahl und Topologie der zu betrachtenden geometrischen Elemente der Originalkörper sich ständig ändern und damit mehr Schnittberechnungen erforderlich werden (Bild 4.5 b). Dieses Problem kann z. T. dadurch gelindert werden, daß bestimmte, ursprünglich zusammengehörige, geometrische Elemente während der Berechnungen zusammengefaßt werden, was jedoch auf der anderen Seite wiederum einen erhöhten Verwaltungsaufwand impliziert.



Hinweis:
Verminderte Qualität
der Bilder aufgrund
des Einscannens

Bild 4.5 b
Prinzip der direkten Modifikation der
Originalmodellstruktur
(hier: Schnitt der Fläche 1 mit Fläche 7)

Die andere Vorgehensweise läßt die beiden zu verknüpfenden Körper in ihrer Originaldatenstruktur unangetastet und speichert alle neu entstehenden sowie alle zu modifizierenden Elemente in einer separaten Hilfsdatenbasis. Zusätzlich zu diesen Elementen wird auch noch die Historie ihrer Entstehung mitprotokolliert, damit die entsprechenden Relationen zu der Originalstruktur des Basiskörpers gewährleistet sind. Nach Abschluß der geometrischen und topologischen Berechnungen werden die Originaldatenstruktur des Basiskörpers und die neu entstandene Hilfsdatenbasis miteinander „verschmolzen“. Alle in der Hilfsdatenbasis als zu löschend gekennzeichneten Elemente des Basiskörpers werden gelöscht; daran schließt an das Einsortieren der neuen und modifizierten Elemente aufgrund der mitgespeicherten Historie an die entsprechenden Positionen in der Originaldatenstruktur (Bild 4.6).

Eine solche Vorgehensweise kann erhebliche Vorteile gegenüber der erstgenannten Systemphilosophie haben, die sich mit beträchtlichen Performancesteigerungen manifestieren. Da nämlich die bei den an der Verknüpfung beteiligten Körper nicht in der Originaldatenstruktur modifiziert werden, könnten die beiden ersten Berechnungsblöcke, die Ermittlung der Spuren sowie die Restkantenermittlung ohne allzuviel Aufwand im Parallelbetrieb, d. h. in unterschiedlichen Prozessen des Betriebssystems oder sogar auf unterschiedlichen Prozessoren der Hardware (Parallelrechner) simultan ablaufen. Damit wäre es möglich, gleichzeitig beide sehr rechenintensiven Programmschleifen auf einmal zu fahren. Die resultierenden Ergebnisdaten beider Prozesse werden dann in einen gemeinsamen Datenpool geschrieben, der im Anschluß

daran zusammen mit der Originaldatenstruktur „verschmolzen“ wird. Auf diese Weise ließe sich die benötigte Rechenzeit für Boolesche Operationen um etwa die Hälfte reduzieren.

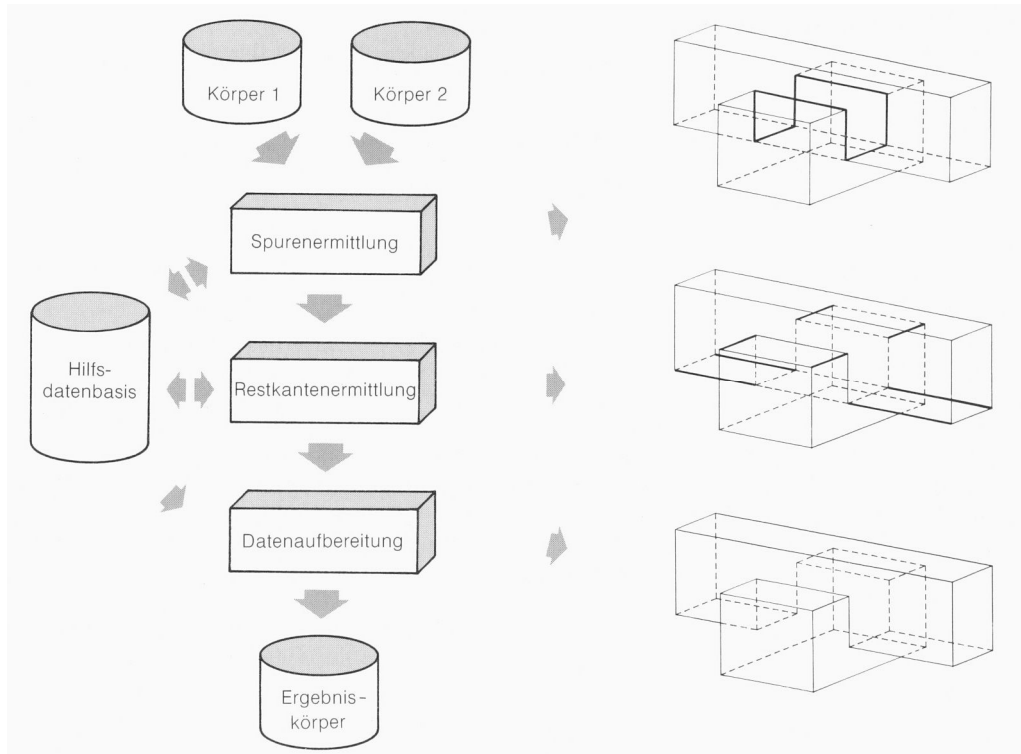


Bild 4.6 Datenfluß des Verknüpfungsalgorithmus mit einer Hilfsdatenbasis

Ermittlung der Spuren

Zur Ermittlung der Durchdringungskontur werden beide Körper rechnerintern in ihre Flächen zerlegt und sämtliche Flächen des Additivkörpers mit denen des Basiskörpers zum Schnitt gebracht. Das heißt, jede Fläche des einen Körpers wird mit jeder Fläche des anderen Körpers geschnitten. Hat der Basiskörper n Flächen, der Additivkörper dagegen m Flächen, so sind $n \times m$ geometrische Flächenschnittberechnungen möglich. Da nun derartige Berechnungen sehr rechenzeitintensiv sind, werden systemseitig grobe Filter vorgeschaltet, um die überhaupt möglichen Flächenschnitte auf ein Minimum potentieller Flächenschnitte zu reduzieren. Solche Filter sind beispielsweise Maximalwertabfragen, die auf Einbettquader zurückzuführen sind (Boxing) oder das Überprüfen der betreffenden Elemente auf Parallelität. Auf diese Weise läßt sich die benötigte Rechenzeit durch sehr einfache Maßnahmen erheblich reduzieren.

Im Fall der beiden Würfel von Bild 4.7 können z. B. die möglichen Flächenschnitte um den Faktor 6 reduziert werden.

Bei der programmtechnischen Realisierung müssen für alle möglichen Flächentypkombinationen Schnittberechnungsprogramme zur Verfügung gestellt werden, in die – je nach entsprechender Geometrie-Konstellation – zur Laufzeit des Systems verzweigt wird. Beispiele für solche Programmverzweigungen sind die Schnittberechnung

- zweier Ebenen

- einer Ebene mit einem Zylinder
- einer Ebene mit einem Kegel
- einer Ebene mit einer Kugel
- einer Ebene mit einem Torus
- einer Ebene mit einer Freiformfläche

- zweier Zylinder
- eines Zylinders mit einem Kegel
- eines Zylinders mit einer Kugel
- eines Zylinders mit einem Torus
- eines Zylinders mit einer Freiformfläche

- zweier Kegel
- ⋮
- zweier Freiformflächen.

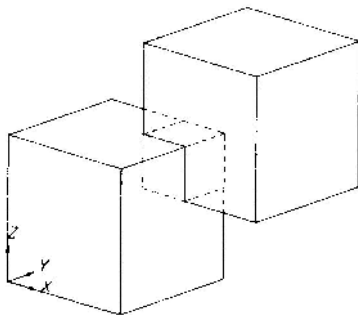


Bild 4.7
Potentielle Flächenschnitte: 6 statt 36

Es können zwar häufig ähnliche Programmteile zusammengefaßt und gemeinsam behandelt werden, jedoch ist in den meisten Fällen eine Sonderbehandlung der einzelnen Flächentypen wegen unterschiedlich angewandter Berechnungsverfahren sinnvoll.

Darüber hinaus existieren noch weitere Programmverzweigungen, die aus der Vielfalt der räumlichen Lage der einzelnen geometrischen Elemente zueinander resultieren. Am Beispiel einer Zylinderdurchdringung soll dies erläutert werden.

Wie aus Bild 4.8 hervorgeht, lassen sich grundsätzlich drei Durchdringungsfälle unterscheiden. Kriterium für die Kategorie der einzelnen Fälle sind die entstehenden Spurkurven, die, je nach Fall, räumliche Kurven 4. Ordnung, analytisch exakte Kegelschnitte (Ellipsen) oder parallele gerade Kanten darstellen. Da diese Kantentypen sich sowohl von der Datenstruktur her sehr stark voneinander unterscheiden als auch algorithmisch eine gänzlich andere Vorgehensweise implizieren, müssen sie gezwungenermaßen datentechnisch separat behandelt werden. Programmtechnische Kriterien für die einzelnen Fallzuweisungen sind beispielsweise im Fall 4.8 c die Parallelität (aber nicht Identität) der Zylinderachsen oder im Fall 4.8 b die Gleichheit beider Durchmesser bei sich kreuzenden Zylinderachsen.

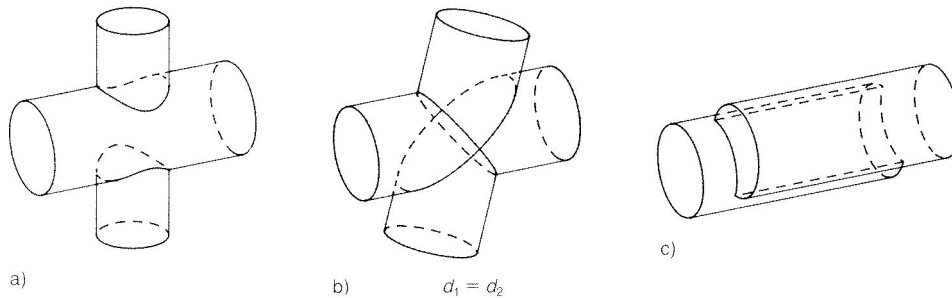


Bild 4.8 Spurkurventypen bei Zylinderdurchdringungen

- a) räumliche Kurven 4. Ordnung (zwei bzw. eine resultierende Kurve)
- b) analytisch exakte Ellipsen (Kegelschnitt bzw. Kurve 2. Ordnung)
- c) parallele Geraden (Kurven 1. Ordnung)

Für jede einzelne Spurkurvenermittlung kommt ein zweistufiger Berechnungsalgorithmus zum Tragen, der auf der bereits oben erwähnten Bestimmung von Geometrie und Topologie der Durchdringungskontur basiert.

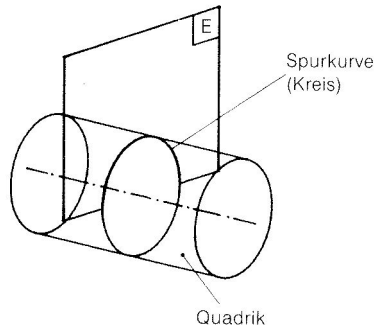


Bild 4.9
Analytische Ermittlung der Spuren
hier: Schnitt einer Quadrik (Zylinderfläche)
mit einer Ebene E
Resultat: analytische Gleichung des
Kegelschnitts (Vollkreis)

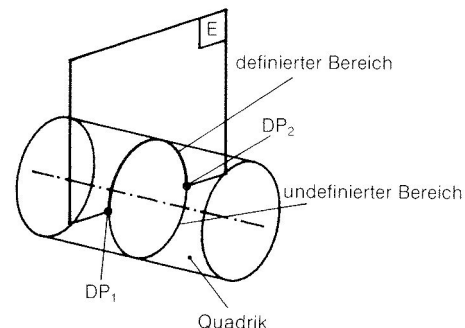


Bild 4.10
Unterteilung der Durchdringungskurve
in definierte und undefinierte Teilbereiche

Dabei wird zunächst die Geometrie in Form von Koeffizientengleichungen oder vektoriellen Darstellungen analytisch ermittelt (programmtechnische Einzelheiten sind später zu erläutern); sie liefert eine präzise Aussage über die Gestalt der Spur, kann jedoch wegen ihrer starken mathematischen Orientierung nichts über deren Definitionsbereich aussagen (Bild 4.9). Da beide an der Verknüpfung beteiligten Körper in ihrer Ausdehnung endlich sind, kann nur derjenige Teil der Spur definiert sein, der innerhalb der Definitionsbereiche beider Flächen liegt. Deshalb ist es erforderlich, die mathematische Spurkurve in mehrere alternierend definierte und undefinierte Bereiche zu unterteilen. Die Topologie beider Flächen liefert hierfür

die erforderlichen Randbedingungen in Gestalt von Durchstoßpunkten; d. h., alle Kanten der einen Fläche werden mit der anderen Fläche geschnitten und umgekehrt (Bild 4.10).

Von diesen – wiederum analytisch – ermittelten Durchstoßpunkten werden jedoch nur diejenigen registriert, die sowohl im Definitionsbereich der erzeugenden Kante als auch auf der durchstoßenen Fläche liegen; d. h., für die weitere Berechnung interessieren nur noch die echten Durchstoßpunkte; alle anderen werden sofort wieder „vergessen“ (Bild 4.11).

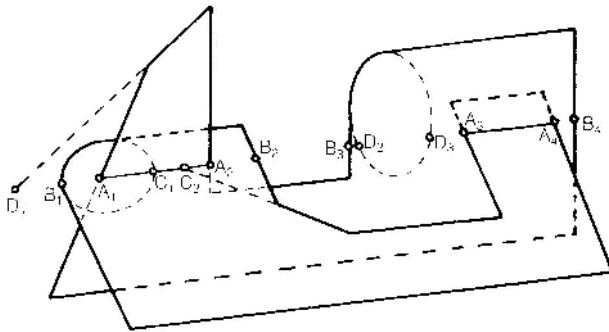


Bild 4.11

Echte (A_i) und unechte (B_i - D_i) Durchstoßpunkte

A_i Punkte liegen in beiden Definitionsbereichen (Kante, Ebene)

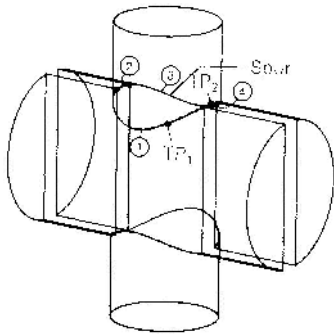
B_i Punkte liegen innerhalb des Definitionsbereichs der erzeugenden Kante, jedoch außerhalb des Definitionsbereichs der durchstoßenen Ebene

C_i Punkte liegen innerhalb des definierten Ebenenbereichs, jedoch außerhalb des definierten Kantenbereichs

D_i Punkte liegen außerhalb beider Definitionsbereiche

Im Zusammenhang mit der analytisch ermittelten Spurkurve bilden die echten Durchstoßpunkte die Begrenzungen der entstandenen Teilkurven. Hinsichtlich Definitionsprüfung aller Teilkurven reicht es in vielen Fällen aus, den ersten Kurvenast dahingehend zu untersuchen, ob er innerhalb der topologischen Begrenzung beider Flächen liegt. Durch diese Prüfung läßt sich eine Aussage auch für alle restlichen Kurvensegmente machen, wenn keine Singularitäten vorliegen. Bei positivem Ausgang (TP_1) sind die Kurvenäste mit ungeradem Index definiert, bei negativem (TP_2) die mit geradem (Bild 4.12). Die definierten Äste werden für den Aufbau des resultierenden Modells gespeichert, die undefinierten sofort wieder vergessen.

Bei diesem Vorgehen wird deutlich, wie komplex bereits eine einfache Flächenschnittberechnung unter Einbeziehung der Flächendefinitionsbereiche ist. Die rechnerinterne Vorgehensweise erweist sich natürlich als unterschiedlich aufwendig, je nachdem, welche einzelnen Flächentypen zu behandeln sind, aber auch welche Kantentypen die beiden zu verschneidenden Flächen begrenzen. Den Trivialfall bildet die Schnittberechnung zweier ebener Flächen, die ausschließlich durch gerade Kanten begrenzt werden. Schon ein wenig aufwendiger wird diese Schnittberechnung im Falle des Auftretens von Kegelschnitten oder Splinekurven als Begrenzung einer der bei den Flächen.

**Bild 4.12**

*Ermittlung der definierten Spurkurvensegmente
am Beispiel von Zylinderdurchdringungen*

Das Durchlaufen des Spurkurvenalgorithmus ist, wie bei anderen vergleichbaren Algorithmen, eine sehr komplexe Angelegenheit und erfolgt netzwerkartig mit sehr tiefem Verschachtelungsniveau. Basis der elementaren geometrieorientierten Algorithmen ist die Dualität in der Vorgehensweise, d. h. zunächst das Ermitteln der Geometrie und im Anschluß daran das der Topologie. So entsteht ein enorm hoher Berechnungsaufwand, bei dem sehr viele Ergebnisse produziert werden, für die dann zu einem späteren Zeitpunkt u. U. entschieden wird, daß sie für die Fortschreibung des Modells doch nicht relevant sind. Dies ist aber der Preis für eine objektorientierte Vorgehensweise und damit für den Automatismus bei derartig komplexen Operationen.

Ermittlung der Restkanten

Bei der Ermittlung der Durchdringungskurven zwischen zwei sich durchdringenden Körpern bestand das Ergebnis aus völlig neuen Kanten, die analytisch berechnet und hinsichtlich ihres Definitionsbereiches begrenzt wurden. Dabei war der Algorithmus unabhängig vom Verknüpfungsmodus sowie davon, welcher der beiden Körper Basis- und welcher Additivkörper war. Bei der Ermittlung der Restkanten beider an der Verknüpfung beteiligten Körper sind jedoch der Verknüpfungsmodus (Addition, Subtraktion, Durchschnitt) als auch eine Differenzierung zwischen Basis- und Additivteil zu berücksichtigen (Bild 4.13).

Gemeinsame Grundlage der Algorithmen ist die Berechnung der veränderten topologischen Begrenzungskanten bei der Ausgangskörper, da die Geometrie durch die ursprünglichen Kanten bereits vorliegt und deshalb unverändert bleibt; es ändern sich lediglich ihre topologischen Definitionsbereiche.

Der allgemeine Lösungsalgorithmus erfolgt flächenweise. Dazu wird jeweils einer der beiden zu verknüpfenden Körper in seine begrenzenden Kanten zerlegt, mit denen jeweils alle Flächen des anderen Körpers räumlich geschnitten werden.

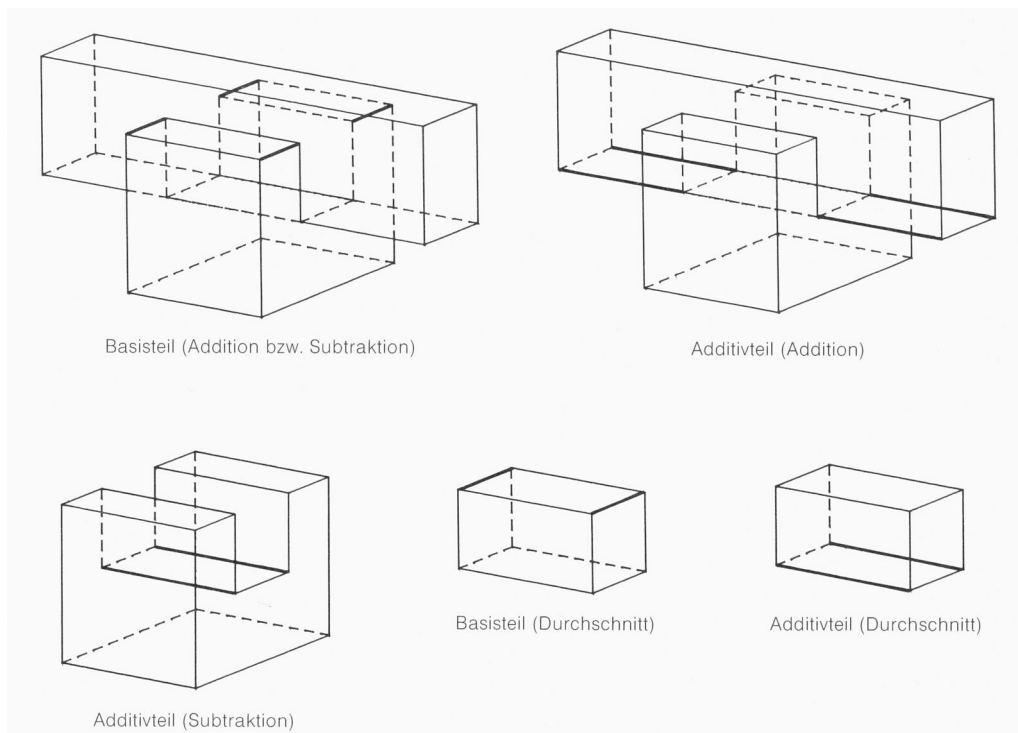


Bild 4.13 Ermittlung der Restkanten in Abhängigkeit des Verknüpfungsmodus

Die ermittelten Spurpunkte werden in die entsprechenden erzeugenden Kanten einsortiert und bilden, ähnlich wie bei der Spurenermittlung, alternierend innen- und außenliegende Segmente, sofern keine Singularitäten vorliegen (Bild 4.14). Welche der neu entstandenen Kantensegmente hinsichtlich des Ergebniskörpers definiert und welche nicht definiert sind, hängt ab von ihrer Zugehörigkeit zum Basis- oder Additivteil und vom vorliegenden Verknüpfungsmodus. Eine Lageüberprüfung einzelner Kantenelemente ist also auch hier wiederum erforderlich. Alle definierten Teilbereiche werden für die Fortschreibung des resultierenden Modells gespeichert, alle undefinierten gelöscht.

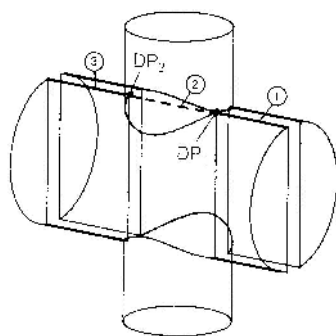


Bild 4.14
Ermittlung der definierten Restkantensegmente

Grundsätzlich ist der Algorithmus der Restkantenermittlung verzweigt. Es wird zwischen solchen Flächen unterschieden, die eine Spur erzeugt, und solchen, die keine Spur erzeugt haben. Bei den Flächen, die keine Spur erzeugt haben, ist ein Durchfahren der Kanten durch den an-

deren Körper hinfällig (Bild 4.15). Aufgrund der Maximalwerte der betrachteten Kante und des anderen Körpers kann u. U. schon eine Entscheidung hinsichtlich Speicherung für das resultierende Modell getroffen werden. Ansonsten wird die Kante dahingehend untersucht, ob sie vollständig im Definitionsbereich des anderen Körpers liegt oder nicht.

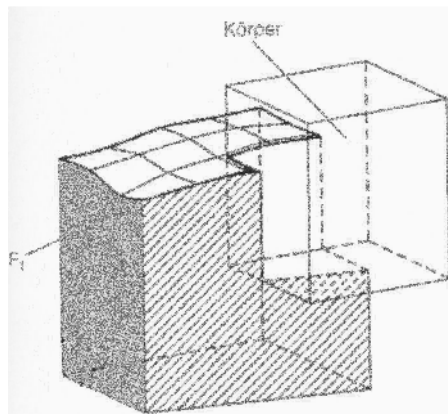


Bild 4.15
Fläche F_1 hat keine Spur erzeugt

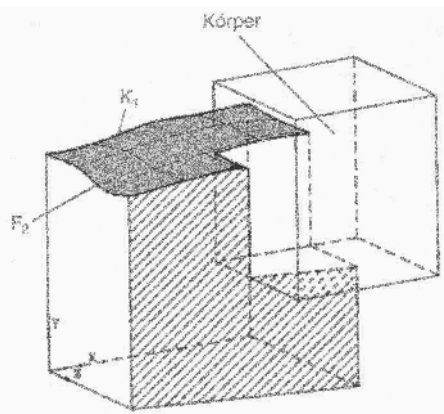


Bild 4.16
Fläche F_2 hat Spur erzeugt, Kante K_1 jedoch keinen echten Durchstoßpunkt

Im anderen Fall, in dem die Fläche eine Spur erzeugt hat, ist das programmtechnische Vorgehen komplexer. Die betrachtete Kante dieser Fläche wird zunächst mit allen Flächen des anderen Körpers geschnitten und erzeugt keinen, einen oder mehrere Durchstoßpunkte. Existiert kein reeller Durchstoßpunkt (K_1 in Bild 4.16), so kann die weitere Berechnung unter „Fläche hat keine Spur erzeugt“ (s. oben) fortgesetzt werden, da die Kante in ihrem gesamten Definitionsbereich entweder gespeichert oder als zu löschende Kante gekennzeichnet wird. Existieren dagegen echte Durchstoßpunkte, so bilden diese die Ein- und Austrittspunkte der Kante in bzw. aus dem Definitionsbereich des anderen Körpers und unterteilen sie in alternierend außen- und innenliegende Segmente (s. oben).

Bei der Restkantenermittlung fällt auf, daß teilweise dieselben Berechnungen vorzunehmen sind wie bei der Spurkurvenermittlung. Insbesondere werden für beide Algorithmen dieselben Durchstoßpunkte benötigt, nur daß sie in dem einen Fall für die Aufteilung der Durchdringungskonturen herangezogen werden, während sie im anderen für die Segmentierung der Restkanten relevant sind (Bild 4.17). Derartige Mehrfachberechnungen lassen sich kaum vermeiden, falls nicht mit einer intelligenten Hilfsdatenstruktur gearbeitet wird, welche mit der zentralen Datenbasis eng verknüpft ist und diese um Zwischenergebnisse während laufender Berechnungen erweitert bzw. ergänzt. So können in wohl strukturierter Form neu entstehende geometrische Elemente und beliebige Relationen zwischengespeichert werden, um diese von anderen Teilalgorithmen zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal verwenden zu können. Eine solche Vorgehensweise erhöht und belastet zwar den temporären Datenhaushalt des Systems beträchtlich; man erspart sich aber zeitintensive Mehrfachberechnungen, kann auf die nur einmal ermittelten Ergebnisse unmittelbar und schnell zugreifen und erzielt schließlich einen meßbaren Performancegewinn.

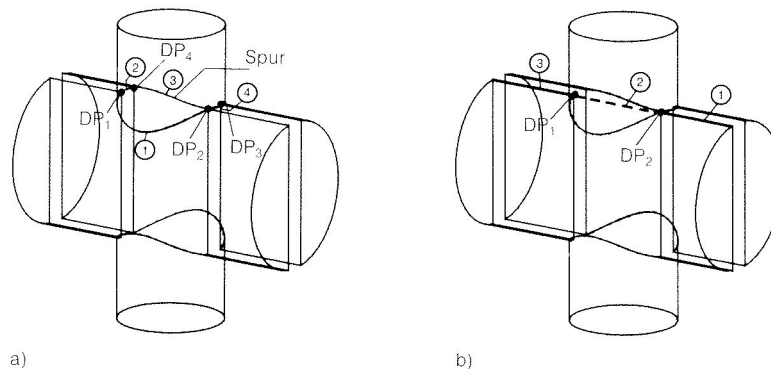


Bild 4.17 Mehrfachverwendung der Durchstoßpunkte
 a) bei Spurkurvenbegrenzung
 b) bei Restkantenbegrenzung

4.1.3 Grundlagen der geometrischen Basisalgorithmen

Die Systemphilosophie von Boundary-Modellierern wird im wesentlichen durch die Synthese von Geometrie und Topologie bestimmt. Wie bereits dargelegt, existiert nicht nur in der Datenstruktur eine Trennung von Geometrie und Topologie, sondern auch die Struktur aller Basisalgorithmen ist nach diesem Konzept ausgelegt. Nachstehend sollen nun die elementaren geometrischen und topologischen Basisfunktionen beschrieben werden, auf die man alle weiteren komplexen Funktionen und Operatoren zurückführen kann.

4.1.3.1 Die geometrischen Operationen

Basis aller geometrischen Berechnungen sind die analytische Geometrie und, im Falle von nicht analytisch exakt erfaßbaren Elementen, besondere Interpolationsverfahren. In diesem Kapitel sollen allerdings nicht alle Grundlagen und Details dieser geometrischen Berechnungen behandelt werden. Dies würde den Rahmen und die Zielsetzung dieses Buches sprengen; außerdem gibt es hierfür Spezialliteratur. Hier sollen nur ausgewählte Problemstellungen behandelt werden, um das Systemverständnis bzgl. Solid Modelling so vertiefen zu können, daß eine Vorstellung von den internen Vorgängen in einem Modellierer existiert.

Vor der näheren Zuwendung zu einigen ausgewählten geometrischen Algorithmen seien noch einige grundsätzliche Betrachtungen angestellt: Der Berechnungsaufwand von 3D-Volumenmodellierern ist von Natur aus beträchtlich; deshalb muß innerhalb der einzelnen Algorithmen immer wieder versucht werden, komplexe dreidimensionale Problemstellungen auf einfachere zu reduzieren, um den Ablauf transparenter zu gestalten, um die Fehleranfälligkeit drastisch zu reduzieren und, last but not least, um die Performance ...

© Dr.-Ing. Joachim-F. Grätz; www.tisani-verlag.de

Bücher für Ihre Gesundheit
 www.TISANI-VERLAG.de

